Thème 16
Lois exponentielles

Vérification des acquis

X est une variable aléatoire de suivant la loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.

- ☐ Connaître l'expression de la densité de X ;
- ☐ Savoir retrouver/connaître par cœur les expressions de $P(X < a), P(X > a), P(a < X < b)$.
- ☐ Connaître l'expression de $E(X)$ et savoir démontrer la formule.
- ☐ Connaître la signification et la démonstration du fait que X est sans vieillissement.

16.1 Activité 1 – Une nouvelle famille de lois continues

Dans cet exercice, λ est un paramètre **strictement positif** fixé. Il s'agit donc d'une constante connue, même si sa valeur n'est pas indiquée. Par contre, A est une inconnue que l'on cherchera à déterminer au fil des questions.

Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}^+$ par $f(x) = A\mathrm{e}^{-\lambda x}$

1. Donner le signe de $f(x)$ en fonction de A et de x.

2. Soit $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$.

- **a.** Rappeler le lien qu'il existe entre f et F.
- **b.** Donner l'expression de $F(x)$ pour tout $x \geqslant 0$.
- **c.** En déduire $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} F(x)$.
- **d.** Exprimer en fonction de λ l'unique valeur de A telle que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} F(x) = 1$?

3. Soit X une variable aléatoire positive telle que pour tous a, b, avec $0 < a < b$:

$$P(a < X < b) = \int_a^b \lambda\mathrm{e}^{-\lambda x}\mathrm{d}x.$$

- **a.** Donner, pour tous réels a et b tels que $0 < a < b$, les expressions de $P(a < X < b)$ et $P(a \leqslant X \leqslant b)$ en fonction de a, b et λ.
- **b.** Donner, pour tout réel a positif, les expressions de $P(X < a)$ et $P(X \leqslant a)$ en fonction de a et λ.
- **c.** En déduire les expression des $P(X \geqslant a)$ et $P(X > a)$ en fonction de a et λ.
- **d.** Pour tous réels t et h positifs, donner les expressions de $P(X > h)$, $P(X > t + h)$, $P(X > t)$ puis de $P_{X>t}(X > t + h)$ en fonction de t, h et λ. Qu'observe-t-on ?

16.2 On considère une variable aléatoire X suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2$.

1. Donner la fonction de densité de cette variable aléatoire.

2. Exprimer à l'aide d'une intégrale, puis calculer, les probabilités suivantes :
$P(0 \leqslant X \leqslant 1)$, $P(\frac{1}{2} \leqslant X \leqslant \frac{3}{2})$, $P(X \geqslant 2)$.

3. Soient a et b deux réels strictement positifs. Exprimer en fonction de a et/ou b les probabilités suivantes, en détaillant les calculs : $P(a \leqslant X \leqslant b)$, $P(X \leqslant b)$, $P(X \geqslant a)$.

4. Déterminer la probabilité $P_{X\geqslant 1}(X \geqslant 3)$.

5. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire X.

Exercice fil rouge 1 Calculs de probabilités

Soit X une variable aléatoire de loi exponentielle de paramètre 4.
Déterminer $P(1 < X < \frac{3}{2})$, $P(X < 2)$, $P(X > 3)$ et $E(X)$.

16.3 Une variable aléatoire Y suit une loi exponentielle de paramètre inconnu λ.
On sait que $P(Y \geqslant 1) \approx 0,7788$.

1. Déterminer la valeur approchée de λ à deux décimales.
2. Déterminer la valeur minimale de t telle que $P(Y \geqslant t) \leqslant 0,5$.
3. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire Y.

16.4 Un atome radioactif est un atome instable qui, au bout d'un certain temps, se désintègre, c'est-à-dire se transforme en un atome d'un autre type.
En 1902, Rutherford et Soddy découvrent la loi de désintégration radioactive qui peut s'énoncer de la façon suivante :

> La probabilité qu'un atome ne soit pas désintégré à l'instant $t+s$, sachant qu'il ne l'est pas à l'instant t, ne dépend pas de t.

Cette loi s'exprime mathématiquement par le fait que la variable aléatoire T qui donne la durée de vie d'un atome radioactif suit une loi exponentielle. L'espérance $\frac{1}{\lambda}$ de cette variable aléatoire est la durée de vie moyenne d'un atome.
La « période » ou « demi-vie » est une des principales caractéristiques d'un élément radioactif. Elle est définie comme le temps nécessaire pour que l'activité d'un échantillon constitué de ce radioélément soit divisée par deux. Mathématiquement, il s'agit du nombre réel a tel que $P(T \geqslant a) = 0.5$. On admet que pour une durée de vie moyenne égale à $\frac{1}{\lambda}$, la demi-vie est égale à $\frac{1}{\lambda}\ln 2$.

1. La demi-vie de l'atome de Césium 137 est de 30,15 ans.
   a. En déduire la durée de vie moyenne, en années, d'un atome de Césium 137.
   b. Calculer la probabilité qu'un atome de Césium 137 vive plus de 50 ans.
   c. Calculer la probabilité qu'un atome de Césium 137 vive moins de 15 ans.
   d. Calculer la probabilité qu'un atome de Césium 137 vive plus de 60,30 ans.
   e. Un atome de Césium 137 a vécu 30,15 ans.
   Quelle est la probabilité qu'il vive plus de 60,30 ans ?
2. La durée de vie moyenne de l'atome de Polonium 210 est d'environ 199,1 jours.
   a. En déduire la demi-vie, en jours, d'un atome de Polonium 210.
   b. Calculer la probabilité d'un atome de Polonium 210 vive plus de 300 jours.
   c. Un atome de Polonium 210 a vécu 50 jours.
   Quelle est la probabilité qu'il vive plus de 100 jours ?
3. La probabilité qu'un atome de Plomb 214 vive plus de 2 semaines est égale à 0,95.
   a. En déduire la durée de vie moyenne d'un atome de Plomb 214, puis sa demi-vie d.
   On donnera ces résultats avec 5 décimales.
   b. Vérifier que $P(T \geqslant d) = 0,5$.
   c. Déterminer le réel q tel que $P(T \geqslant q) = 0,25$.

16.5 On considère une variable aléatoire X suivant une loi exponentielle de paramètre λ.
Écrire un algorithme selon le cahier des charges suivant :

- L'algorithme aura trois entrées, deux réels λ, t et un booléen B (égal à 0 ou 1).
- Si le réel λ est négatif, l'algorithme renverra un message d'erreur adapté.
- Si $B=0$, l'algorithme renverra la probabilité de l'événement $X \leqslant t$, éventuellement nulle.
- Si $B=1$, l'algorithme renverra la probabilité de l'événement $X \geqslant t$, éventuellement égale à 1.

Cet algorithme pourra être écrit en langage naturel ou avec un logiciel comme Algobox.

Exercice fil rouge 2 Calculs de probabilités

Soit X une variable aléatoire de loi exponentielle de paramètre $\frac{1}{3}$.
Déterminer $P(1<X<2)$, $P(X<1)$, $P(X>3)$, $P(X=4)$ et $E(X)$.

16.6 On note T la variable aléatoire qui donne le nombre de mois de vie d'un smartphone. On admet que T suit une loi exponentielle. Sachant que la durée de vie moyenne d'un smartphone est de 22 mois, déterminer la probabilité que ce dernier vive plus de 18 mois.

16.7 T est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ. On note τ son espérance et $t_{1/2}$ sa demi-vie, c'est-à-dire le nombre tel que $P(T \leqslant t_{1/2}) = 0,5$.
Lise affirme que la probabilité que T soit entre $t_{1/2}$ et τ ne dépend pas du paramètre λ.
A-t-elle raison ?

16.8 On s'intéresse dans cet exercice à une variable aléatoire X qui indique la durée (en jours) avant la mort d'une personne disparue. Ainsi, pour tout nombre réel t strictement positif, $P(X \geqslant t)$ désigne la probabilité que la personne soit toujours en vie t jours après sa disparition.
Dans certaines situations de disparition, X suit une loi exponentielle de paramètre λ, où λ est un réel strictement positif.

1. Soit h un nombre réel strictement positif. Démontrer que $P(X \geqslant h) = \mathrm{e}^{-\lambda h}$.
2. On estime que, deux jours après la disparition d'une personne, ses chances de survie sont de 10%. En déduire la valeur de λ.
3. Dans les questions qui suivent, on suppose que $\lambda = 1,15$
   - **a.** Démontrer qu'une personne a, selon ce modèle, $3,2\%$ de chances d'être encore en vie trois jours après sa disparition.
   - **b.** Sachant qu'une personne disparue a déjà survécu deux jours, calculer la probabilité qu'elle survive un troisième jour.
   - **c.** Calculer la probabilité qu'une personne soit toujours en vie un mois (30 jours) après sa disparition.
   - **d.** Une personne est déclarée « *sans chance de survie* » lorsque la probabilité qu'elle soit encore en vie est inférieure à 10^{-12}. Calculer le nombre de jours à partir duquel cette déclaration peut être faite, et convertir ce résultat en jours, heures et minutes.
4. Calculer $E(X)$ et interpréter le résultat obtenu.

16.9 On note K la variable aléatoire qui donne le nombre de kilomètres parcourus sans crevaison par un pneu d'un type donné. On suppose que K suit une loi exponentielle de paramètre λ.
La probabilité que le pneu parcoure entre 50 000 et 100 000 kilomètres sans crevaison est estimée à 0,25.
Déterminer, à 10^{-1} près, le nombre moyen de kilomètres parcourus avant crevaison.

Sujets du baccalauréat

16.10 *Liban, juin 2012*

1. Une variable aléatoire X suit la loi exponentielle de paramètre λ (avec $\lambda > 0$). Soit a le réel tel que $p(X > a) = p(X \leqslant a)$. Prouver que $a = \frac{\ln 2}{\lambda}$.
2. Calculer le réel a pour $\lambda = 0,15$, puis vérifier la propriété en calculant à la calculatrice $p(X > a)$ et $p(X \leqslant a)$.
3. Déterminer la valeur de lambda telle que $a = 1$, puis celle telle que $a = \frac{1}{2}$.

16.11 *Adapté de Asie, juin 2015*
Les trois parties de cet exercice sont indépendantes. Les probabilités seront arrondies au millième.

Partie A

Un concurrent participe à un concours de tir à l'arc, sur une cible circulaire. À chaque tir, la probabilité qu'il atteigne la cible est égale à 0,8.

1. Le concurrent tire quatre flèches. On considère que les tirs sont indépendants. Déterminer la probabilité qu'il atteigne au moins trois fois la cible.
2. Combien de flèches le concurrent doit-il prévoir pour atteindre en moyenne la cible douze fois ?

Partie B

La durée de vie (exprimée en heures) du panneau électrique affichant le score des concurrents est une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 10^{-4}$ (exprimé en h^{-1}).

1. Quelle est la probabilité que le panneau fonctionne au moins pendant 2000 heures ?

2. *Restitution organisée des connaissances*
Dans cette question, λ désigne un réel strictement positif.
On rappelle que l'espérance mathématique de la variable aléatoire T suivant une loi exponentielle de paramètre λ, est définie par : $\mathrm{E}(T) = \lim\limits_{x \to +\infty} \displaystyle\int_0^x \lambda t \mathrm{e}^{-\lambda t}\, \mathrm{d}t$.

a. On considère la fonction F, définie pour tout réel t par : $F(t) = \left(-t - \dfrac{1}{\lambda}\right) \mathrm{e}^{-\lambda t}$.
Démontrer que la fonction F est une primitive sur $\mathbf{R}$ de la fonction f définie pour tout réel t par : $f(t) = \lambda t \mathrm{e}^{-\lambda t}$.

b. En déduire que l'espérance mathématique de la variable aléatoire T est égale à $\dfrac{1}{\lambda}$.
Quelle est l'espérance de durée de vie du panneau électrique affichant le score des concurrents ?

16.12 *Adapté de Polynésie, juin 2016*

Partie A

Un astronome responsable d'un club d'astronomie a observé le ciel un soir d'août 2015 pour voir des étoiles filantes. Il a effectué des relevés du temps d'attente entre deux apparitions d'étoiles filantes. Il a alors modélisé ce temps d'attente, exprimé en minutes, par une variable aléatoire T qui suit une loi exponentielle de paramètre λ. En exploitant les données obtenues, il a établi que $\lambda = 0,2$.
Il prévoit d'emmener un groupe de nouveaux adhérents de son club lors du mois d'août 2016 pour observer des étoiles filantes. Il suppose qu'il sera dans des conditions d'observation analogues à celles d'août 2015.
L'astronome veut s'assurer que le groupe ne s'ennuiera pas et décide de faire quelques calculs de probabilités dont les résultats serviront à animer la discussion.

1. Lorsque le groupe voit une étoile filante, vérifier que la probabilité qu'il attende moins de 3 minutes pour voir l'étoile filante suivante est environ $0,451$.

2. Lorsque le groupe voit une étoile filante, quelle durée minimale doit-il attendre pour voir la suivante avec une probabilité supérieure à $0,95$? Arrondir ce temps à la minute près.

3. L'astronome a prévu une sortie de deux heures. Estimer le nombre moyen d'observations d'étoiles filantes lors de cette sortie.

Partie B

Ce responsable adresse un questionnaire à ses adhérents pour mieux les connaître. Il obtient les informations suivantes :

- 64 % des personnes interrogées sont des nouveaux adhérents ;
- 27 % des personnes interrogées sont des anciens adhérents qui possèdent un télescope personnel ;
- 65 % des nouveaux adhérents n'ont pas de télescope personnel.

1. On choisit un adhérent au hasard. Montrer que la probabilité que cet adhérent possède un télescope personnel est $0,494$.

2. On choisit au hasard un adhérent parmi ceux qui possèdent un télescope personnel. Quelle est la probabilité que ce soit un nouvel adhérent ? Arrondir à 10^{-3} près.

16.13 *Adapté de France métropolitaine, juin 2015*
Les résultats des probabilités seront arrondis à 10^{-3} *près.*

Partie A

1. Soit X une variable aléatoire suivant la loi exponentielle de paramètre λ, où λ est un réel strictement positif donné.
   On rappelle que la densité de probabilité de cette loi est la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par
   $$f(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}$$
   a. Soit c et d deux réels tels que $0 \leqslant c < d$.
   Démontrer que la probabilité $P(c \leqslant X \leqslant d)$ vérifie $P(c \leqslant X \leqslant d) = \mathrm{e}^{-\lambda c} - \mathrm{e}^{-\lambda d}$.
   b. Déterminer une valeur de λ à 10^{-3} près de telle sorte que la probabilité $P(X > 20)$ soit égale à 0,05.
   c. Donner l'espérance de la variable aléatoire X.
   Dans la suite de l'exercice on prend $\boldsymbol{\lambda = 0,15}$.
   d. Calculer $P(10 \leqslant X \leqslant 20)$.
   e. Calculer la probabilité de l'évènement $\{X > 18\}$.

Partie B

Une chaîne de magasins souhaite fidéliser ses clients en offrant des bons d'achat à ses clients privilégiés. Chacun d'eux reçoit un bon d'achat de couleur verte ou rouge sur lequel est inscrit un montant.
Les bons d'achats sont distribués de façon à avoir, dans chaque magasin, un quart de bons rouges et trois quarts de bons verts.
Les bons d'achat verts prennent la valeur de 30 euros avec une probabilité égale à $0,067$ ou des valeurs comprises entre 0 et 15 euros avec des probabilités non précisées ici.
De façon analogue, les bons d'achat rouges prennent les valeurs 30 ou 100 euros avec des probabilités respectivement égales à $0,015$ et $0,010$ ou des valeurs comprises entre 10 et 20 euros avec des probabilités non précisées ici.

1. Calculer la probabilité d'avoir un bon d'achat d'une valeur supérieure ou égale à 30 euros sachant qu'il est rouge.
2. Montrer qu'une valeur approchée à 10^{-3} près de la probabilité d'avoir un bon d'achat d'une valeur supérieure ou égale à 30 euros vaut $0,057$.

16.14 *Antilles-Guyane, juin 2015*

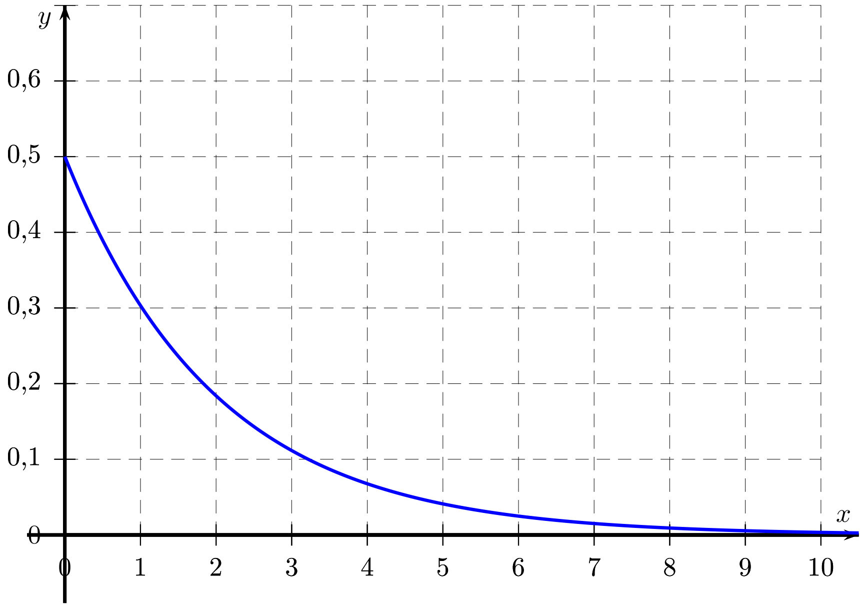
Partie A

On considère une variable aléatoire X suivant la loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$.
On rappelle que, pour tout réel a strictement positif,
$$P(X \leqslant a) = \int_0^a \lambda \mathrm{e}^{-\lambda t}\,\mathrm{d}t$$
On se propose de calculer l'espérance mathématique de X, notée $E(X)$, et définie par
$$E(X) = \lim_{x \to +\infty} \int_0^x \lambda t \mathrm{e}^{-\lambda t}\,\mathrm{d}t$$
On note $\mathbf{R}$ l'ensemble des nombres réels.
On admet que la fonction F définie sur $\mathbf{R}$ par $F(t) = -\left(t + \dfrac{1}{\lambda}\right)\mathrm{e}^{-\lambda t}$ est une primitive sur $\mathbf{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par $f(t) = \lambda t \mathrm{e}^{-\lambda t}$.

1. Soit x un nombre réel strictement positif. Vérifier que
   $$\int_0^x \lambda t \mathrm{e}^{-\lambda t}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{\lambda}\left(-\lambda x \mathrm{e}^{-\lambda x} - \mathrm{e}^{-\lambda x} + 1\right).$$
2. En déduire que $E(X) = \dfrac{1}{\lambda}$.

Partie B

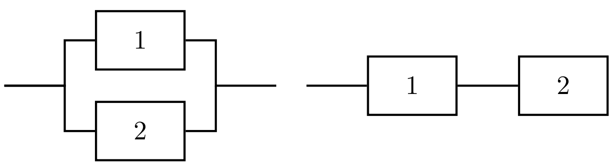
La durée de vie, exprimée en années, d'un composant électronique peut être modélisée par une variable aléatoire notée X suivant la loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$.
La courbe de la fonction densité associée est représentée ci-dessous.



1. Sur le graphique ci-dessus :
   a. Représenter la probabilité $P(X \leqslant 1)$.
   b. Indiquer où se lit directement la valeur de λ.
2. On suppose que $E(X) = 2$.
   a. Que représente dans le cadre de l'exercice la valeur de l'espérance mathématique de la variable aléatoire X ?
   b. Calculer la valeur de λ.
   c. Calculer $P(X \leqslant 2)$. On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à $0,01$ près.
   Interpréter ce résultat.
   d. Sachant que le composant a déjà fonctionné une année, quelle est la probabilité que sa durée de vie totale soit d'au moins trois années ? On donnera la valeur exacte.

Partie C

Un circuit électronique est composé de deux composants identiques numérotés 1 et 2. On note D_1 l'évènement « le composant 1 est défaillant avant un an » et on note D_2 l'évènement « le composant 2 est défaillant avant un an ». On suppose que les deux évènements D_1 et D_2 sont indépendants et que $P(D_1) = P(D_2) = 0,39$.
Deux montages possibles sont envisagés, présentés ci-dessous :



Circuit en parallèle A   Circuit en série B

1. Lorsque les deux composants sont montés « en parallèle », le circuit A est défaillant uniquement si les deux composants sont défaillants en même temps. Calculer la probabilité que le circuit A soit défaillant avant un an.
2. Lorsque les deux composants sont montés « en série », le circuit B est défaillant dès que l'un au moins des deux composants est défaillant. Calculer la probabilité que le circuit B soit défaillant avant un an.

16.15 *Adapté d'Antilles-Guyane, juin 2016*
Les valeurs approchées des résultats seront données à 10^{-4} près.

Partie A

Un fabricant d'ampoules possède deux machines, notées A et B. La machine A fournit 65 % de la production, et la machine B fournit le reste. Certaines ampoules présentent un défaut de fabrication :

- à la sortie de la machine A, 8 % des ampoules présentent un défaut ;
- à la sortie de la machine B, 5 % des ampoules présentent un défaut.

On définit les événements suivants :

- A : « l'ampoule provient de la machine A » ;
- B : « l'ampoule provient de la machine B » ;
- D : « l'ampoule présente un défaut ».

1. On prélève un ampoule au hasard parmi la production totale d'une journée.
   a. Construire un arbre pondéré représentant la situation.
   b. Montrer que la probabilité de tirer une ampoule sans défaut est égale à 0,9305.
   c. L'ampoule tirée est sans défaut.
   Calculer la probabilité qu'elle provienne de la machine A.

2. On prélève 10 ampoules au hasard parmi la production d'une journée à la sortie de la machine A. La taille du stock permet de considérer les épreuves comme indépendantes et d'assimiler les tirages à tirages avec remise.
Calculer la probabilité d'obtenir au moins 9 ampoules sans défaut.

Partie B

1. On rappelle que si T suit une loi exponentielle de paramètre λ (λ étant un réel strictement positif) alors pour tout réel positif a, $P(T \leqslant a) = \displaystyle\int_0^a \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \mathrm{d}x$.
   a. Montrer que $P(T \geqslant a) = \mathrm{e}^{-\lambda a}$.
   b. Montrer que si T suit une loi exponentielle alors pour tous les réels positifs t et a on a

$$P_{T \geqslant t}(T \geqslant t + a) = P(T \geqslant a).$$

2. Dans cette partie, la durée de vie en heures d'une ampoule sans défaut est une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle d'espérance 10000.
   a. Déterminer la valeur exacte du paramètre λ de cette loi.
   b. Calculer la probabilité $P(T \geqslant 5000)$.
   c. Sachant qu'une ampoule sans défaut a déjà fonctionné pendant 7000 heures, calculer la probabilité que sa durée de vie totale dépasse 12000 heures.

Partie C

L'entreprise a cherché à améliorer la qualité de sa production et affirme qu'il n'y a pas plus de 6 % d'ampoules défectueuses dans sa production. Une association de consommateurs réalise un test sur un échantillon et obtient 71 ampoules défectueuses sur 1000.

1. Dans le cas où il y aurait exactement 6 % d'ampoules défectueuses, déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence d'ampoules défectueuses sur un échantillon aléatoire de taille 1000.

2. A-t-on des raisons de remettre en cause l'affirmation de l'entreprise ?

16.16 *Adapté de Métropole, juin 2016*

Partie A

Une usine fabrique un composant électronique. Deux chaînes de fabrication sont utilisées.
La chaîne A produit 40 % des composants et la chaîne B produit le reste.

Une partie des composants fabriqués présentent un défaut qui les empêche de fonctionner à la vitesse prévue par le constructeur. En sortie de chaîne A, 20 % des composants présentent ce défaut alors qu'en sortie de chaîne B, ils ne sont que 5 %.

On choisit au hasard un composant fabriqué dans cette usine.
On note :

A l'évènement « le composant provient de la chaîne A »

B l'évènement « le composant provient de la chaîne B »

S l'évènement « le composant est sans défaut »

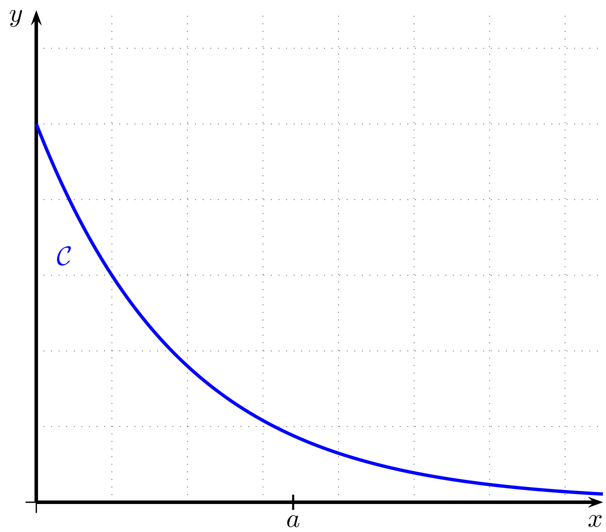
1. Montrer que la probabilité de l'événement S est $P(S) = 0,89$.
2. Sachant que le composant ne présente pas de défaut, déterminer la probabilité qu'il provienne de la chaîne A. On donnera le résultat à 10^{-2} près.

Partie B

La durée de vie, en années, d'un composant électronique fabriqué dans cette usine est une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre λ (où λ est un nombre réel strictement positif).
On note f la fonction densité associée à la variable aléatoire T. On rappelle que :

- pour tout nombre réel $x \geqslant 0$, $f(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}$.
- pour tout nombre réel $a \geqslant 0$, $p(T \leqslant a) = \displaystyle\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x$.

1. La courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f est donnée ci-dessous.



   a. Interpréter graphiquement $P(T \leqslant a)$ où $a > 0$.
   b. Montrer que pour tout nombre réel $t \geqslant 0$: $P(T \leqslant t) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}$.
   c. En déduire que $\displaystyle\lim_{t \to +\infty} P(T \leqslant t) = 1$.

2. On suppose que $P(T \leqslant 7) = 0,5$. Déterminer λ à 10^{-3} près.
3. Dans cette question on prend $\lambda = 0,099$ et on arrondit les résultats des probabilités au centième.
   a. On choisit au hasard un composant fabriqué dans cette usine.
   Déterminer la probabilité que ce composant fonctionne au moins 5 ans.
   b. On choisit au hasard un composant parmi ceux qui fonctionnent encore au bout de 2 ans.
   Déterminer la probabilité que ce composant ait une durée de vie supérieure à 7 ans.
   c. Donner l'espérance mathématique $\mathrm{E}(T)$ de la variable aléatoire T à l'unité près.
   Interpréter ce résultat.