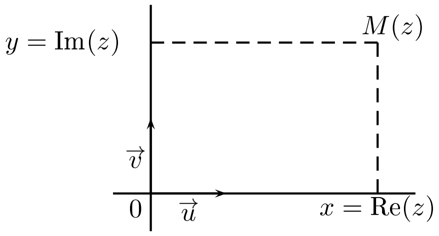
Fiche méthodes

Complexes et géométrie

Forme algébrique

Au nombre complexe $z = x + \mathrm{i}y$, on fait correspondre le point M de coordonnées $(x\ ;\ y)$.

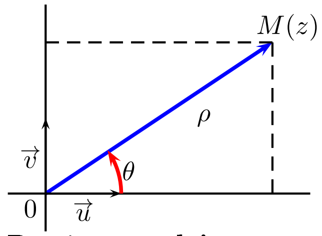


Repérage cartésien

M est l' **image** de z.
z est l' **affixe** de M.

Forme trigonométrique

Au nombre complexe, $z = [r\ ;\ \theta] = r(\cos\theta + \mathrm{j}\sin\theta) = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$, on fait correspondre le point M de rayon r et d'angle polaire θ.



Repérage polaire

Pour calculer des longueurs : $AB = |z_B - z_A|$
Pour calculer un angle : $(\vec{u};\overrightarrow{AB}) = arg(z_B - z_A)$
Pour déterminer l'affixe d'un vecteur : $z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A$.
Pour trouver le milieu d'un segment : I milieu de $[AB]$ d'où $z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2}$.
Pour prouver des symétries : z et $\overline{z}$ sont symétriques par rapport à (Ox)
Pour prouver que des point sont alignés ou que des droites son parallèles : on utilise les affixes des vecteurs pour prouver qu'ils sont colinéaires.
Pour prouver que des points sont sur un cercle : On utilise les modules des affixes des points.
Complexes et transformations :
La translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe b a pour écriture complexe $z' = z + b$.
La rotation de centre O et d'angle θ a pour écriture complexe $z' = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} \times z$.

Exercice 1 : On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = -1 + 3\mathrm{i}$ et $z_B = 2 - \mathrm{i}$.

1. Placer les points dans un repère orthonormé.
2. Calculer la longeur AB.
3. Calculer l'affixe du point I milieu de $[AB]$.
4. Calculer l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Solution 1 :

1. $AB = |z_B - z_A| = |(-1 + 3\mathrm{i}) - (2 - \mathrm{i})| = |-3 + 4\mathrm{i}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$.
2. I milieu de $[AB]$ donc $z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} = \dfrac{(-1 + 3\mathrm{i}) + (2 - \mathrm{i})}{2} = \dfrac{1 + 2\mathrm{i}}{2}$.
3. $z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A = (-1 + 3\mathrm{i}) - (2 - \mathrm{i}) = -3 + 4\mathrm{i}$.